

## Sigma Delta Umsetzer für die Messtechnik

### White Paper

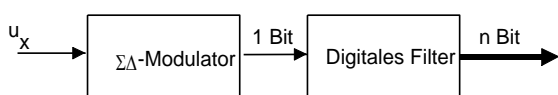
In letzter Zeit hört man immer wieder von Sigma-Delta ( $\Sigma\Delta$ )- Umsetzern bei messtechnischen Anwendungen. In vielen Geräten und Systemen bei imc (CRONOS PL, CANSAS,...) werden diese Umsetzer standardmäßig eingesetzt.

Wie funktionieren solche Umsetzer, weshalb steigt Ihre Bedeutung so rasant und was für welche Vorteile werden dem Messtechnikanwender damit geboten? Dieses White-Paper geht auf diese Fragestellung ein und gibt Antworten auf diese Fragen.

Der Sigma-Delta-Umsetzer hat sich im Anwendungsbereich der Audiotechnik durchgesetzt und dringt derzeit auch auf das Gebiet der Messtechnik vor. Speziell bei intelligenten Messsystemen ist dieses Umsetzverfahren das am meisten favorisierte Verfahren. Mit ihm lassen sich hohe Auflösungen und sehr gute Signal-Rausch-Verhältnisse ( $SNR = \frac{\text{signal}}{\text{noise ratio}}$ ) erreichen. Um gleich am Anfang den Hauptvorteil beim Einsatz in der Messtechnik zu nennen: das Antialiasingfilter (siehe Whitepaper „Wahl der Abtastfrequenz“) wird besonders einfach und kostengünstig, so dass jeder Messkanal damit ausgerüstet werden kann. Durch die günstigen Preise dieser Komponenten werden Messgerätearchitekturen, die ohne Analogmultiplexer auskommen (siehe White Paper „Strukturen von Messsystemen“) immer häufiger verwendet.

Nachfolgendes Bild zeigt, dass der Umsetzer aus einem 1-Bit  $\Sigma\Delta$ -Modulator und einem digitalen Filter hoher Ordnung besteht. Der Modulator arbeitet mit einer hohen, konstanten Schaltfrequenz (Oversampling). Die Ausgaberate der n Bit nach dem digitalen Filter wird entsprechend der gewünschten Messrate heruntergesetzt (Decimation).

a) Blockschaltbild



b)  $\Sigma\Delta$ -Modulator

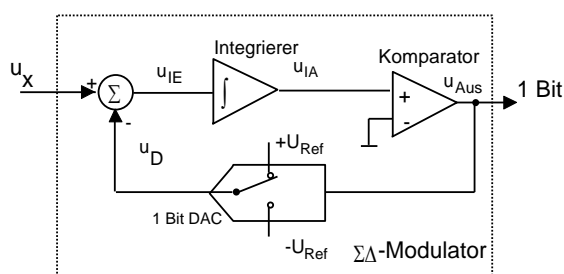


Abb. 1:  $\Sigma\Delta$ -Umsetzer

Das Grundprinzip des Sigma-Delta-Modulators ist ein Regelkreis, bestehend aus Integrierer und nachgeschaltetem Komparator. Da der Komparator

nur die logischen Werte "0" und "1" annehmen kann und andererseits im Mittel die Differenz aus 1 Bit DAC Signal  $u_D$  und Eingangssignal  $u_x$  gerade Null ergeben muss (sonst läuft der Integrierer weg), entspricht der Mittelwert des 1 Bit DAC Signals gleich dem Eingangssignal. Da das Ausgangssignal digitaler Natur ist, muss ein 1 Bit DAC dieses Signal zum Vergleich in ein analoges Signal rückwandeln. Der Eingangsspannungsbereich für  $u_x$  ergibt sich aus  $-U_{Ref} \leq u_x \leq U_{Ref}$ . Der Mittelwert (entspricht  $u_x$ ) lässt sich durch digitale Tiefpass-Filterung aus dem Komparator Signal rückgewinnen.

Im interessierenden Bereich bis zur halben Abtastfrequenz ergibt sich eine verringerte Rauschleistung, wie später noch gezeigt wird. Der im obigen Bild dargestellte Regelkreis bewirkt zusätzlich eine Verschiebung des Rauschspektrums zu hohen Frequenzen hin (Noise-Shaping). Dies wird im Folgenden ebenfalls gezeigt.

Dem 1 Bit ADC wird ein digitales Tiefpassfilter nachgeschaltet. Einerseits wird damit das Herausfiltern des Rauschens im interessierenden Frequenzbereich bewirkt und andererseits kann eine Reduzierung der Abtastfrequenz (Decimation) erfolgen. Mit diesen Umsetzern sind derzeit Auflösungen zwischen 16 und 24 Bit möglich.

## Quantisierungsrauschen

Zunächst sollen einige Begriffe geklärt werden, die zum Verständnis des Umsetzers erforderlich sind. Hierzu gehört der Begriff des Quantisierungsrauschens. Als Quantisierungsrauschen  $u_{Noise}$  wird hier die Differenz der treppenförmigen Spannung und einer idealen Gerade verstanden. Je höher die Auflösung des Umsetzers ist, je kleiner werden die Treppenstufen und damit das Quantisierungsrauschen. Für ein sinusförmiges Eingangssignal mit dem Spitzenwert  $u_p$  gilt für den Effektivwert

$$U_{\text{Signal}} = u_p / \sqrt{2}$$

Dieser Ausdruck kann unter Beachtung, dass  $1\text{LSB} = 2 u_p / 2^n$  gilt, mit

$$U_{\text{Signal}} = 1\text{LSB} \cdot 2^{n-1} / \sqrt{2}$$

angegeben werden. Der Effektivwert des Quantisierungsrauschens ist entsprechend der nachfolgenden Skizze:

Abb. 2: Effektivwert des Quantisierungsrauschens

Allgemein gilt für den Effektivwert des Signals  $u_{\text{Noise}}$

$$U_{\text{Noise}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T u_{\text{Noise}}^2 dt}$$

$$U_{\text{Noise}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u_{\text{Noise}}^2 dt} = 1\text{LSB} / \sqrt{12}$$

so dass das Signal-Rausch-Verhältnis mit

$$\text{SNR} = U_{\text{Signal}} / U_{\text{Noise}} = 2^n \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

angegeben werden kann. Drückt man dieses Verhältnis in dB aus,

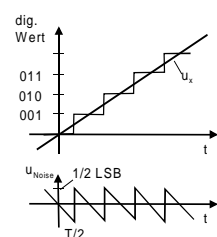
$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 20 \log 2^n \sqrt{1,5} = 20 (n \log 2 + \log 1,225)$$

so folgt

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 6,02n + 1,76$$

Entsprechend dieser Gleichung ergibt sich für einen 1 Bit ADC ein SNR von lediglich 7,78 dB. Für einen 16 Bit ADC müssen aber 98 dB erreicht werden. Dies kann mit Oversampling und Noise-Shaping erreicht werden. Zu beachten ist, dass das  $\text{SNR}_{\text{dB}}$  das Rauschen bis zur Abtastfrequenz  $f_T$  ist

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = \text{SNR}_{|f_T}$$



## Oversampling

Nach dem Abtasttheorem muss gelten, dass im Messsignal  $u_x$  nur relevante Frequenzanteile bis  $f_T/2$  enthalten sein dürfen. Ist die höchste relevante Frequenz von  $u_x$  mit  $f_m$  gekennzeichnet, dann gilt mindestens

$$f_T = 2f_m$$

Das Messsignal  $u_x$  wird überabgetastet (Oversampling) um den Faktor  $k$  (üblich 32, 64), so dass das Messrauschen über einen großen Frequenzbereich verteilt wird. Es gilt dann für ein  $k$ -faches Oversampling

$$f_T = k \cdot 2f_m$$

Aus dem Effektivwert der Rauschspannung

$$U_{\text{Noise}} = 1\text{LSB} / \sqrt{12}$$

ergibt sich die Rauschleistung

$$P_{\text{Noise}} \sim (1\text{LSB})^2 / 12$$

Da das Rauschen sich auf den Frequenzbereich von  $-f_T/2$  bis  $f_T/2$  erstreckt, ergibt sich für die Rauschleistungsdichte

$$p_{\text{Noise}} \sim (1\text{LSB})^2 / (12 f_T)$$

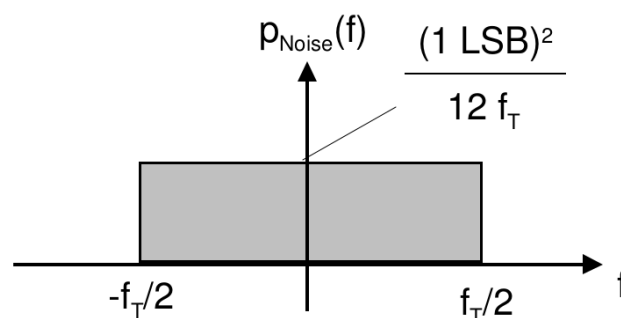


Abb. 3: Rauschleistungsdichte beim Oversampling

Wird die Abtastfrequenz  $f_T$  um den Faktor  $k$  erhöht, so muss sich die Rauschleistungsdichte bei gleicher Rauschleistung um den Faktor  $k$  verringern.

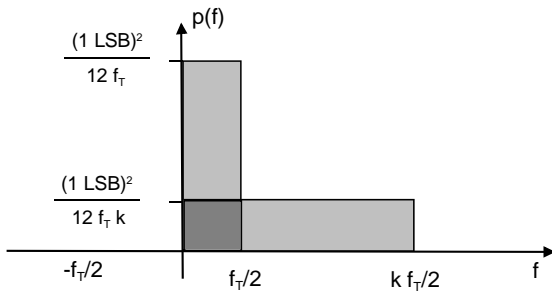


Abb. 4: Um den Faktor  $k$  verringerte Rauschleistungsdichte

Damit wird die Rauschspannung im interessierenden Frequenzbereich von 0 bis  $+f_T/2$

Bei der Abtastfrequenz  $f_T$

$$U_{\text{Noise}} \Big|_{f_T} = \frac{1 \text{ LSB}}{\sqrt{12}}$$

und bei der Abtastfrequenz  $k f_T$

$$U_{\text{Noise}} \Big|_{k f_T} = \frac{1 \text{ LSB}}{\sqrt{12k}} = \frac{1 \text{ LSB}}{\sqrt{12}} \cdot \frac{1}{\sqrt{k}} = U_{\text{Noise}} \Big|_{f_T} \cdot \frac{1}{\sqrt{k}}$$

Das bedeutet, dass sich durch  $k$ -faches Oversampling die Rauschspannung um den Faktor  $1/\sqrt{k}$  verringert.

Für das Signal zu Rausch Verhältnis ergibt sich unter Beachtung des  $k$ -fachen Oversampling

$$\text{SNR} \Big|_{k f_T} = 20 \log \left( \frac{U_{\text{Signal}}}{U_{\text{Noise}} \Big|_{k f_T}} \right) = 20 \log \left( \frac{U_{\text{Signal}}}{U_{\text{Noise}} \Big|_{f_T}} \sqrt{k} \right)$$

$$\text{SNR} \Big|_{k f_T} = \text{SNR} \Big|_{f_T} + 10 \log(k) \text{ in dB}$$

Damit ergibt sich für einen 1 Bit Wandler mit 64-fachem Oversampling ein SNR von lediglich  $7,78\text{dB} + 18,06\text{dB} = 25,84\text{dB}$ , was weiterhin vollkommen unzureichend ist, da für ein 16 Bit System mindestens  $98\text{dB}$  erreicht werden müssen. Jede Verdoppelung der Abtastfrequenz bringt lediglich eine Erhöhung des SNR um  $3\text{dB}$ .

Ein enormer Vorteil des Oversampling ist allerdings der Umstand, dass dadurch das Antialiasingfilter sehr einfach (1. oder 2. Ordnung) ausfallen kann, da die

Abtastfrequenz des ADUs sehr hoch ist und damit an die Steilheit des Filters keine hohen Anforderungen gestellt werden müssen um Aliasingeffekte zu vermeiden. Darüber hinaus wird die Oversampling-Frequenz  $k f_T$  konstant gehalten, wodurch das Antialiasingfilter nicht umschaltbar sein muss. Dies bedeutet eine erhebliche Kostenreduzierung gegenüber konventionellen AD-Umsetzern.

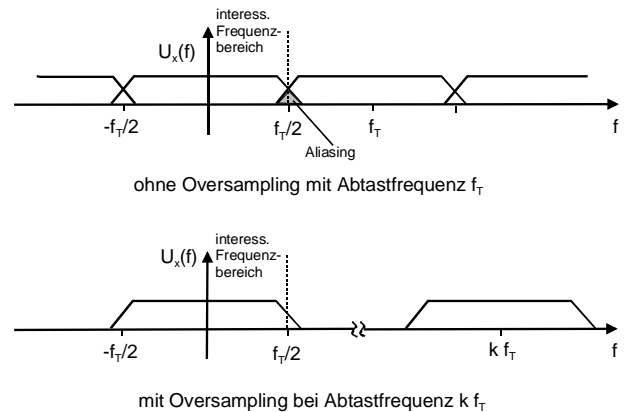


Abb. 5: Vermeidung von Aliasingeffekten durch Oversampling

## Noise-Shaping

Der mit der Abtastfrequenz synchron arbeitende Komparator des 1 Bit Modulators kann, wie im nächsten Bild gezeigt, als Rauschquelle mit dem 1-Bit Rauschen  $U_{\text{Noise}}$  betrachtet werden. Der dem Komparator nachgeschaltete 1 Bit ADU schaltet lediglich zwischen den Schwellen  $U_{\text{Ref}}$  und  $-U_{\text{Ref}}$  und kann daher lediglich als Pegelanpassung des Komparator-Ausgangssignal betrachtet werden. Mithin lässt sich der Modulator durch folgendes Blockschaltbild beschreiben, mit dem sich das Rauschspektrum verschieben lässt.

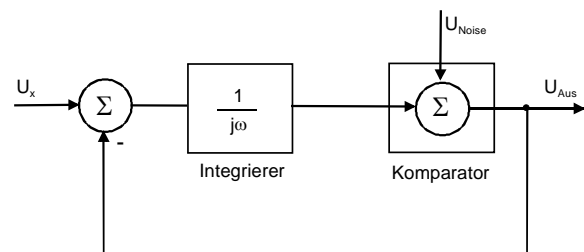


Abb. 6: Blockschaltbild eines Modulators

Das Ausgangssignal  $U_{\text{Aus}}$  lässt sich mit der Gleichung

$$U_{\text{Aus}} = U_{\text{Noise}} + \frac{1}{j\omega} (U_x - U_{\text{Aus}})$$

angeben. Nach  $U_{\text{Aus}}$  separiert ergibt sich

$$U_{\text{Aus}} = \frac{U_{\text{Noise}}}{1 + \frac{1}{12} \frac{j\omega}{f_s}} + \frac{U_x}{1 + \frac{1}{2} \frac{j\omega}{f_s}}$$

Hochpass
Tiefpass

Wie aus dieser Gleichung ersichtlich wird, erhält man eine tiefpassgefilterte Messspannung  $U_x$  und eine hochpassbewertete Rauschspannung  $U_{\text{Noise}}$ . Wie die nachfolgende Zeichnung zeigt, wird im interessierenden Frequenzbereich durch den Hochpass nur ein kleiner Teil des Rauschens verbleiben.

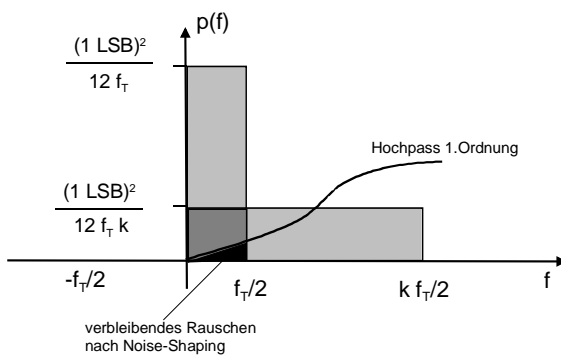


Abb. 7: Rauschen nach Noise-Shaping

Dadurch ergeben sich sehr hohe SNR-Werte, so dass man nach dem digitalen Filter auf Bitzahlen  $n$  zwischen 16 und 24 kommen kann. In der Praxis werden Sigma-Delta-Modulatoren höherer Ordnung

benutzt, so dass der entstehende Hochpass ebenfalls höherer Ordnung ist und das Rauschen bis zur halben Abtastfrequenz weiter verringert.

Nach all den Vorteilen, den diese Wandler Technologie aufweisen kann, fragt man sich natürlich, wo die Schwächen dieses AD-Umsetzers liegen. Ein Nachteil kann sein, dass es relativ lange dauert (ca. 100...200µs) bis ein Wert am Ausgang des Umsetzers (Digitales Filter) verfügbar ist. Hat man mehrere Messkanäle, die auf dieselbe Weise verzögert werden, so stellt dies für Messzwecke keinen Nachteil dar, da ja sämtliche Kanäle auf diese Weise verzögert werden. Will man aber mit den umgesetzten Werten Steuer- und Regelaufgaben wahrnehmen, so ist diese Verzögerung bei sehr schnellen Anwendungen zu berücksichtigen. Insgesamt überwiegen allerdings die Vorteile des Umsetzers wie die hohe Auflösung bei relativ hohen Abtastraten und das sehr einfache Antialiasingfilter bei weitem.

**Link zum 1 Bit Modulator:**

[http://www.analog.com/Analog\\_Root/static/techSupport/designTools/interactiveTools/sdtutorial/sdtutorial.html](http://www.analog.com/Analog_Root/static/techSupport/designTools/interactiveTools/sdtutorial/sdtutorial.html)

Autor:

Prof. Dr.-Ing. Klaus Metzger, imc

## Weitere Informationen erhalten Sie unter:

### imc Test & Measurement GmbH

Voltastr. 5  
D-13355 Berlin

Telefon: +49 (0)30-46 7090-0  
Fax: +49 (0)30-46 31 576  
E-Mail: [hotline@imc-tm.de](mailto:hotline@imc-tm.de)  
Internet: <http://www.imc-tm.de>

Die imc Test & Measurement GmbH ist Hersteller und Lösungsanbieter von produktiven Mess- und Prüfsystemen für Forschung, Entwicklung, Service und Fertigung. Darüber hinaus konzipiert und produziert imc schlüsselfertige Elektromotorenprüfstände. Passgenaue Sensor- und Telemetriesysteme ergänzen unser Produktportfolio.

Unsere Anwender kommen aus den Bereichen Fahrzeugtechnik, Maschinenbau, Bahn, Luftfahrt und Energie. Sie nutzen die imc-Messgeräte, Softwarelösungen und Prüfstände, um Prototypen zu validieren, Produkte zu optimieren, Prozesse zu überwachen und Erkenntnisse aus Messdaten zu gewinnen. Rund um die imc Geräte steht dafür ein

umfassendes Dienstleistungsspektrum zur Verfügung, das von der Beratung bis zur kompletten Prüfstandsautomatisierung reicht. Auf diese Weise verfolgen wir konsequent das imc Leistungsversprechen „produktiv messen“.

National wie international unterstützen wir unsere Kunden und Anwender mit einem starken Kompetenz- und Vertriebsnetzwerk.

Wenn Sie mehr über die imc Produkte und Dienstleistungen in Ihrem Land erfahren wollen oder selbst Distributor werden möchten, finden Sie auf unserer Webseite alle Informationen zum imc Partnernetzwerk:

<http://www.imc-tm.de/partner/>



### Nutzungshinweis:

Dieses Dokument ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte sind vorbehalten. Dieser Bericht darf ohne Genehmigung weder bearbeitet, abgewandelt noch in anderer Weise verändert werden. Ausdrücklich gestattet ist das Veröffentlichen und Vervielfältigen des Dokuments. Bei Veröffentlichung bitten wir darum, dass der Name des Autors, des Unternehmens und eine Verlinkung zur Homepage [www.imc-tm.de](http://www.imc-tm.de) genannt werden. Trotz inhaltlicher sorgfältiger Ausarbeitung, kann dieser Bericht Fehler enthalten. Sollten Ihnen unzutreffende Informationen auffallen, bitten wir um einen entsprechenden Hinweis an: [marketing@imc-tm.de](mailto:marketing@imc-tm.de). Eine Haftung für die Richtigkeit der Informationen wird grundsätzlich ausgeschlossen.